

Mon cher Ernest,

Depuis bien longtemps, depuis des années, je me proposais de t'écrire pour me rappeler à ton bon souvenir & aussi pour te féliciter de tes nombreux articles, ceux, de temps en temps, me tombaient sous la main à la bibliothèque de l'Université, ou bien de tes nominations à Calerme, puis à Naples par lesquelles ton gouvernement n'a fait que reconnaître tes grands mérites. Mais toutes ces bonnes nouvelles m'arrivaient toujours fort en retard: sous ce prétexte j'ajournais ma lettre &, paresse et affaires aidants, je finissais par t'oublier. Aujourd'hui que je viens de lire ton dernier article dans *Matthesis*, je me vens plus qu'il en vaille ainsi et je t'écris sur le champ.

Reçois donc, mon cher Ernest, toutes mes félicitations réunies à la fois pour tes beaux travaux d'abord, ensuite pour le cours rapide et brillant de ta carrière universitaire.

Fais bien convaincre que je prends la plus vive part à tous tes succès & que chaque fois

que je pense à ton beau pays, aura beaucoup
mais que j'y ai passés, mon souvenir se
reporte vers toi, vers nos promenades à Naples
à Rome, vers ces quelques soirées passées
en compagnie de ce pauvre Lucas, mort si
jeune, en pleine floraison.

De moi je ne te dirai rien : car rien ne
vaut dans ma vie qui puisse t'intéresser.
Fonctionnaire obscur à l'Administration des
chemins de fer, mari et père de deux enfants,
Directeur de l'Institut Franckes à Jowa (Lion
Jowa, dont tu te rappelles peut-être), je mène
une vie fort monotone, consacrant mes
loisirs à l'étude des mathématiques élémentaires
et de la physique (électricité). Je lis beaucoup
et suis curieux; mais je ne me sens nullement
le génie nécessaire aux œuvres originales et
moins encore l'ambition qui enfante les travaux
de compensation.

Ceci dit - de quoi puis-je encore causer
avec un jeune et digne citoyen savant comme toi?
Si ce n'est de mes préoccupations actuelles d'ordre
plus ou moins rationnel.

Je viens d'être nommé Président de l'Association
Des ingénieurs électriciens sortis de l'Institut
Montefiore et de ce chef j'ai à faire un
discours inaugural. Je me propose d'y parler
de la théorie des Unités et en particulier des
équations de dimension. J'ai reuni à peu
près tout ce qui a été écrit en français sur ce

Sur cet et je serais fort heureux si tu voulais
liens me signaler des travaux en langue
italienne traitants du même objet. J'ai déjà
lu le beau mémoire de Genocchi (memorie della
R. Acc. delle Sc. di Torino, 1878) sur la tentative
faite par Daviet de Foncenex et répétée, après lui,
par Legendre sans succès, à l'aide. De
considérations d'homogénéité, les bases de la
mécanique ou de la géométrie : c'est là, je pense
l'origine, de ces équations de dimension, qui,
importées en physique par Fourier, ont été mises
en pleine lumière par Maxwell & occupent
aujourd'hui l'Académie des Sciences de Paris par
l'effet des disputes qu'elles soulèvent. — Je suis
convaincu que les Italiens ont dû aussi
s'intéresser à ce sujet très philosophique :
malheureusement je ne suis pas dans les
conditions voulues pour me renseigner sur
la bibliographie italienne & je te serais fort
reconnaissant des renseignements que tu
voudrais bien me donner sur le sujet.

Mais tu t'occupes aussi, non des leçons,
de physique mathématique & tu as peut-être
parfois songé à la matière. Quelle est, selon
toi, la signification intrinsèque d'une équation
comme celle-ci $[v] = \frac{[L]}{[T]}$? Tout d'abord
je l'interprète comme dérivée de sens (on lit cependant
la chose dans plus d'un livre, mais on en lit
encore bien d'autres) l'idée que le 2^e membre
exprime le quotient d'un longuement divisé par un
temps — et

aussi le rapport d'une longueur à un temps ?
D'autres disent comme ceci : « la mesure de la
vitesse ~~est~~ ^{unitaire} le quotient de la mesure de la longueur
unitaire par la mesure du temps unitaire ». Mais dans ce
cas toute équation de dimension se réduit
à l'identité $1 = 1$.

J'en suis arrivé à croire que l'éq. de
Dimension est la définition d'un concept,
par ex. celui de vitesse, par un rapport logique,
par ex. celui d'une longueur & d'un temps rattachés
l'un à l'autre par l'idée d'un mobile qui parcourt
la première pendant la durée du 2^e. Le rapport en
l'écrivant $\frac{L}{T}$, nous voulons exprimer qu'il varie
proportionnellement à L et en raison inverse de T .

Mais si on admet cette façon de comprendre, de
nombreuses questions se posent : Quels sont les
concepts que l'esprit peut mettre en relation pour
en faire d'autres plus complexes ? Pourquoi avec la
notion de force & de chemin, puis, vient le concept de
travail, tandis que avec la notion de temps et
de matière je ne puis rien composer ? Pourquoi
tandis que le carré d'une longueur me suggère
la notion de surface, et l'idée du carré d'un temps
reste-t-elle inféconde ?

D'autre part l'opération logique, telle que $\frac{L}{T}$,
est-elle uniforme & suis-je bien en droit, lorsqu'on
prend la dimension d'une quantité (le rapport
des unités électrostatiques & électromagnétiques de quantité
d'électricité) la dimension $\frac{L}{T}$, suis-je en droit
d'affirmer que ce rapport est de la nature d'une
vitesse ? (se rappeler le dernier chapitre de Perroux,
leçons sur l'électricité)

Quai de Fragnée, 19

Enfin que elle est la valeur des considérations, par lesquelles aujourd'hui, se basant uniquement sur des expériences de dimensions, on prétend passer aux lois de la propagation d'un ^{ou de l'électricité} ~~est~~ dans un milieu élastique, le long d'un fil doué de capacité et de self induction (Vassby, Ac. des Sc. de Paris), etc. — L'écrit de Legendre qui voulait aussi établir, en partant de l'idée d'homogénéité, toute semblable à celle de dimensions, qui voulait établir, dis-je, l'impossible, le postulat d'Euclide, rend très sceptique à cet égard ! Mais alors à quoi tient la singulière coïncidence qui fait que les eq. de dimensions donnent, dans de nombreux cas, les mêmes lois, que fournissent des raisonnements plus laborieux, mais rigoureux ?

Enfin pourquoi trois unités fondamentales, L, T, M. ? — Ne pourrait-on dériver un d'elle des 2 autres ? — par la loi de gravitation par ex. si on croit elle-ci indépendante du milieu — Et alors les raisonnements de Vassby, pour rendre une la même exemple, subsisteraient-ils encore ?

Tout cela, mon cher Cesare, me semble très bon d'être clair : mais sans doute on y aura pensé dans ton pays, beaucoup plus philosophe que la France et beaucoup plus instruit des travaux allemands : je compte sur toi pour me recommander quelques leurs articles ou monographies —

Passons à un autre sujet. Je traduis pour
 ma instruction, l'article de Kronecker, sur la
 notion de nombres, paru dans le Journal für
 die reine und angewandte math. 1887. Tout
 le commencement m'a beaucoup intéressé -
 mais arrivé au nombre négatif, je suis
 fort embarrassé ^{entièrement blayé}; au nombre fractionnaire
 je ne comprends plus rien. D'autres prétent,
 sans s'expliquer à ce sujet, que la notion
 de nombre négatif ou de nombre fract. peut
 être évitée en remplaçant dans les formules
 les égalités par des congruences. Ainsi

$$7 - 9 = 3 - \{$$

deviendrait $7 + 9x \equiv 3 + \{x \pmod{x+1}$

$$\frac{a}{m} + \frac{b}{n} = \frac{an + bm}{mn}$$

deviendrait

$$ax_m + bx_n \equiv (an + bm)x_{mn} \pmod{m x_m - 1, n x_n - 1, mn x_{mn} - 1}$$

Ne pourrais-tu pas, cher professeur, m'indiquer
 où je trouverais des considérations plus développées
 sur ce sujet en langage français ou italien?

Je m'ois pas en allemand, car je ne
 connais pas cette langue & pour traduire l'article
 de Kronecker j'ai dû m'associer avec un
 jeune homme à bonne volonté.

Enfin pour finir, une dernière question.
 On se souvient que dans la plupart des
 traités élémentaires d'arithmétique on traite
 d'abord ~~de~~ du plus grand commun diviseur,
 puis des nombres premiers. L'ordre me
 paraît depuis longtemps contre nature et j'ai

apprii il y a un ou 2 ans que Gauss avait cherché à fonder la théorie des nombres premiers indépendamment de celle du plus grand commun diviseur (V. Critérium. de Bourget et Houssel, Paris, Hachette, 1873, p. 108). Mais le mode d'exposition de cet énoncé géométrique parait un peu embarrassé & un peu détourné (au fond il refait à peu près sans le dire la théorie du p.g.c.d.) — Ne penses-tu pas que ce théorème fondamental : tout nombre est décomposable en facteurs premiers & cela d'une seule façon, doit paraître de manière d'une façon indépendante & très simple, comme celui-ci, par ex., qui se trouve au début de la Géométrie de Blanchet, on peut élever, par tout point pris sur une droite, un L et une seule. ? Une pareille tentative serait me semble-t-il, mon cher César, digne de toi et possible par toi. J'espère agir en la menant à bien tu serais, en la rendant plus élégante & plus harmonieuse, cette belle théorie des nombres, qui te doit déjà tant de découvertes nouvelles.

Mais en voilà bien assez, viens en première lettre. Tu me trouveras sans doute bien verbeux & bien indiscret : mon cœur est agité j'ai pensé que tu aimais tant les mathématiques, tu me ferais pas indigne de toi des pensées si infimes que elles fussent, mais que elles aussi les vénérent à leur façon et se ~~respectent~~ font toute leur joie.

Bien à toi, avec mes respects à ta dame, si elle se souvient de moi

Ou. Joubert
Liezp, le 12 Août 1893.