Solution d'une des questions proposées
par M. E. Cesaro.

Question 1.

„ Si d'un point quelconque d'une circonférence on mène des perpendiculaires aux côtés d'un triangle inscrit à une circonférence concentrique, le triangle formé par les pieds de ces perpendiculaires a une aire constante".

Si nous désignerons par

$$\alpha = 0, \quad \beta = 0, \quad \gamma = 0$$

les équations des côtés d'un triangle ABC inscrit à une circonférence, l'équation de cette circonférence serat:

$$\beta\gamma \operatorname{Sin} A + \gamma\alpha \operatorname{Sin} B + \alpha\beta \operatorname{Sin} C = 0,$$

et par conséq., les perpendiculaires MA', MB', MC' menées d'un point quelconque M d'une circonférence concentrique respectivement aux côtés BC, CA, AB du triangle ABC, sont liés entre eux par l'équation:

$$\overline{MB'}.\overline{MC'}.\sin A + \overline{MC'}.\overline{MA'}.\sin B +$$

$$+ \overline{MA'}.\overline{MB'}.\sin C = \text{const}.$$

Le théorème est donc démontré, puisque le premier membre de cette équation n'est autre chose que l'expression de l'aire du triangle A'B'C', formé par les pieds des perpendiculaires. En effet,

$$\begin{aligned} A'B'C' &= B'MC' + C'MA' - A'MB' \\ &= \tfrac{1}{2}\Big[\overline{MB'}.\overline{MC'}.\sin A + \overline{MC'}\,\overline{MA'}.\sin B + \\ &\qquad + \overline{MA'}.\overline{MB'}.\sin C\Big]. \end{aligned}$$

Victor de Strékaloff