Palermo, via Oreto, 214
25/XII/03

Ill.mo sig. Prof. E. Cesàro,

In una Nota che sarà presto pubblicata nei Rendiconti del "Circolo Matematico" di questa città, io ho dimostrato per una calotta sferica Π i due seguenti teoremi:

a) Posto

$$A = \int_{\Pi} V^2 d\sigma, \quad B = \int_{\Pi} \Delta_1 V d\sigma,$$

e supposto

$$\int_{\Pi} V d\sigma = 0,$$

se V è una funzione delle coordinate curvilinee r, θ della calotta, si può calcolare un limite inferiore

$$\varphi(l) = \frac{1}{2} \frac{\operatorname{sen}^2 \frac{l}{4}}{\left(\frac{l}{4}\right)^3},$$

dove l è la lunghezza comune dei diametri sferici della calotta (supposta minore di π), del rapporto $\frac{B}{A}$.

b) Se

$$V = \alpha_1 \varphi_1 + \alpha_2 \varphi_2 + \dots + \alpha_p \varphi_p,$$

essendo $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_p$ funzioni date di r, θ ed $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p$ coeff. arbitrarj, si possono scegliere le α in modo che sia

$$\frac{B}{A} > L_p,$$

essendo L_p un numero che dipende dal diametro sferico l della calotta e dal numero intero p e che cresce indefinitamente con p.

Queste due proposizioni non sono che l'estensione di quelle dimostrate dal sig. Poincaré nei "Rendiconti del Circolo Mat.co" (25 Marzo 1894).
E come il sig. Poincaré nella mem. cit. applica le due proposizioni

suddette per lo studio dell'equazione

$$(1) \qquad \Delta_2 v + \xi v + f = 0$$

essendo $v=0$ al contorno, io mi proponevo di fare un'analoga estensione per la calotta sferica.

Senonchè, l'equazione (1), secondo me, se $\Delta_2 v$ è il parametro differenziale secondo di una funzione $\underline{v}$ dei punti d'una calotta, ξ una costante data ed f una funzione data dei punti della calotta stessa, non ha un'interpretazione fisica. Infatti (occupandoci, per esempio, delle vibrazioni elastiche) le equazioni dell'elasticità dei punti della calotta non hanno nulla a che fare colla (1) e nella Sua "Introduzione alla teoria matematica dell'Elasticità", quando si parla di spazj curvi, il Δ_2 cessa di comparire nelle equazioni del moto.

Io mi permetto quindi di chiederLe, egregio sig. Prof.re, se ritenga utile lo studio della (1), seguendo il metodo del sig. Poincaré, per i punti della calotta sferica, senza tener conto dell'interpretazione fisica, ovvero se, con opportune trasformazioni, si possa riuscire (o si sia già riusciti) a dare, p. es., alle equazioni delle vibrazioni elastiche d'una calotta una forma per la quale sia subito applicabile il processo del sig. Poincaré e quindi abbiano fondamentale importanza le due proposizioni da me estese ed enunciate nella pag. precedte.

Aspettando una risposta alle 2 precedti domande e chiedendole vivissime scuse per l'incomodo arrecatoLe, gradisca, illmo sig. Profe, i sensi della mia devozione

Vzo Amato

(via Oreto, 214, Palermo)