Napoli 14 Dic. 1896

Gentilissimo Professore

Mi rincresce non averle potuto atten-
dere per poterle consegnare personalmente
i teor. di cui le tenni parola sabato —
Eccone l'enunciato —

« Sono impossibili in numeri interi e positi-
vi a, b, c le equazioni

I $a^2 = 4b^3 - 27c^6$ con 3c primo con b.

II $3a^2 = 4b^3 - c^6$ con c primo con b. »

(si intende separatamente, non già simulta-
neamente.) ——

Avrò cura di vederla Mercoledì per salutarla
e ringraziarla ——

Mi creda di Lei dev.mo

C. Pietrocola

$$1.2^2.3^3\cdots n^n = 2^{\frac18}\, n^{\frac12\left(n^2+n+\frac16\right)}\, e^{-\frac14\left(n^2+\frac{\alpha}{18}\right)+\frac{\varphi(n)}{n^2}}$$

$$\cancel{11<\alpha<12}$$

$$5{,}5<\alpha<6$$

$\varphi(n)$ reste fini (elle prend même des val. très-petites)

$$1.2^4.3^9\cdots n^{n^2} = A\, n^{\frac{n^3}{3}+\frac{n^2}{2}+\frac{n}{6}}\, e^{-\frac{n^3}{9}+\frac{n}{12}+\frac{\varphi(n)}{n}}$$

$$\cancel{< \log A^7\left(\frac{\pi}{2}\right)^{\frac18} < \frac{\beta}{80}+\frac{1}{12}\left(1-\frac{\pi}{4}\right)+\frac14}$$

$$> \frac{\alpha}{80}+\frac{1}{12}\left(1-\frac{\pi}{4}\right)+\frac14$$

$$= \sqrt[36]{\frac{2^{\alpha}}{\sqrt{\pi}}}\; n^{\frac{n^3}{3}+\frac{n^2}{2}+\frac{n}{6}}\, e^{-\frac{n^3}{9}+\frac{n}{12}-\frac{\pi}{480}+\frac{\beta}{168}+\frac{\varphi(n)}{n}}$$

$$\frac45<\alpha<\frac65 \qquad 0{,}8<\alpha<1{,}2$$

$$7{,}1<\beta<8$$

$$\frac{\beta}{21} \qquad 0{,}8875<\beta<1$$

$$\frac{1}{12} < \left(n+\frac12\right)^3 \ln\left(1+\frac1n\right)-\left(n+\frac12\right)^2 < \frac{1}{12}+\frac{1}{80n(n+1)}$$

$$\left(\frac1n\right)^{1^k}\left(\frac2n\right)^{2^k}\cdots\left(\frac nn\right)^{n^k} = A_k\, n^{B_{k+1}}\, e^{-f(n)}$$

$$f(n)=\frac{n^{k+1}}{(k+1)^2}-\frac{n^{k-1}}{12}+\frac{3k^2-6k+2}{720}\,n^{k-3}-\cdots$$