EL

1, RUE SAINT-ROCH
PARIS

1.1.1900.

Monsieur,

Je vous serais vivement reconnaissant de me donner deux renseignements historiques se rapportant à vos propres travaux. D'abord, dans un mémoire que je publierai prochainement, je me sers de la formule

$$\nu(n) = \sum \log d \, \mu\left(\frac{n}{d}\right),$$

où d parcourt les diviseurs de n et où $\nu(n)$ a la signification introduite par vous. Je ne sais pas si cette formule est un des nombreux résultats énoncés pour la première fois dans votre grand ouvrage : „sur diverses questions d'arithmétique" (p. 318, (12)) ~~etc~~ ou s'il faut citer une autre source.

D'autre part, dans une recherche concernant les nombres premiers, j'ai besoin de la valeur de la somme $\sum_{n=1}^{x} \frac{1}{\varphi(n)}$ pour de grands arguments. J'ai aussi réussi à étudier cette somme avec l'exactitude voulue, même jusqu'aux termes d'ordre $\frac{\log x}{x}$, crois aussi que mes résultats sont nouveaux; mais il se pourrait qu'ils soient énoncés, du moins en partie, dans un de vos travaux que je ne connais pas. Je ne possède que „sur diverses questions d'arithmétiques" où les considérations de la fin de la Note XVI ne se rapportent pas à mon sujet, et „excursions arithmétiques à l'infini". Voilà pourquoi je prends la liberté de vous adresser cette lettre, en vous remerciant d'avance de la réponse.

Veuillez agréer, monsieur, l'expression de mes sentiments les plus distingués.

Dr. Edm. Landau.

P. S. Ma formule est

$$\left|\sum_{n=1}^{x} \frac{1}{\varphi(n)} - \frac{315\,\zeta(3)}{2\pi^4}\left(\log x + C - \sum_{p=2,3,5,\ldots\infty} \frac{\log p}{p^2-p+1}\right)\right| \leqq \frac{h \log x}{x}$$

h désignent une constante positive convenablement choisie.