Naples, 2 Fév., 94
Via Sapienza, 29.

Monsieur,

J'ai l'honneur de vous envoyer ci-joint une nouvelle contribution à l'*Intermédiaire*. Deux de mes réponses concernent M. Ch. Rabut, qui me fournit du travail non seulement par ses questions, mais aussi par les anagrammes de son nom inépuisable: Altschrauber, Lauserbracht, Hubert Larsac, Bertha Clarus, Rachel Straub, Clara ter Bush, ..... Et dire qu'il pourra encore s'appeler, si cela lui plaît, Arthur Blesac, César Burthal, Sarah Culbert, Asraël Brutch, ...., ou enfin Albert Rausch (ild! – en fait de pseudonymes).

Veuillez agréer, Monsieur, l'expression de mes sentiments très-distingués.

E. Cesàro.

Lucas Rebarth

Ne … mieux,

dès

394 (Bioche) Exemple classique, très-connu : $x^2 \sin\frac{1}{x}$.

La ~~fonction qui est définie à toutes val~~ fonction définie par cette expression pour les val[eurs] ~~non~~ nulles de $x$, et qui est ~~la val~~ égale à zéro pour $x=0$, admet une dérivée unique ~~finie et bien dét~~, égale à zéro pour $x=0$, et exprimée par $2x\sin\frac{1}{x}-\cos\frac{1}{x}$ pour $x \gtrless 0$.
Cette dérivée ~~est~~ éprouve donc ~~une~~ discontinuité de seconde espèce ~~aux~~ ~~qui pour x~~ pour $x=0$ ~~qui n'empêche pas~~

Rosace.

166
250
308
309
394
432
455

~~Hatlet Rabut~~

$$\frac{A}{x-a}+\frac{A_1}{(x-a)^2}.$$

Or on a

$$A_1=\lim_{x=a}\frac{(x-a)^2}{f^2(x)}=\frac{1}{f'^2(a)},$$

puis

$$A=-\frac{1}{f'^2(a)}\lim_{x=a}\frac{f^2(x)-(x-a)^2f'^2(a)}{(x-a)f^2(x)}=-\frac{f''(a)}{f'^3(a)}.$$

Conséquemment (théorème des résidus) :

$$\frac{f''(a)}{f'^3(a)}+\frac{f''(b)}{f'^3(b)}+\frac{f''(c)}{f'^3(c)}+\cdots\cdots=0$$

C'est l'identité proposée ; car

$$f'(a)=(a-b)(a-c)\cdots\cdots,\quad \frac{f''(a)}{2f'(a)}=\frac{1}{a-b}+\frac{1}{a-c}+\cdots\cdots$$

On y parvient aussi par une voie élémentaire en remarquant que, si elle est vraie pour la fonction $f(x)$, elle subsiste pour $F(x)=(x-l)f(x)$. En effet, si l'on prend les dérivées des deux membres de l'identité

$$\frac{1}{f^2(x)}=\sum\left(\frac{A}{x-a}+\frac{A_1}{(x-a)^2}\right),$$

on trouve

$$\frac{2f'(x)}{f^3(x)}=\sum\left(\frac{A}{(x-a)^2}+\frac{2A_1}{(x-a)^3}\right).$$

D'autre part on a

$$\frac{F''(a)}{F'^3(a)}+\frac{F''(b)}{F'^3(b)}+\cdots+\frac{F''(l)}{F'^3(l)}=\frac{2f'(l)}{f^3(l)}-\sum\left(\frac{A}{(l-a)^2}+\frac{2A_1}{(l-a)^3}\right)=0$$

Cesàro (Naples)