REGNO D'ITALIA

REGIA UNIVERSITÀ
DI
NAPOLI

N.° di part. .....

Risposta a .....
del .....

N.° di { Posiz. ..... Prot. ..... Part. ..... } Div.ne .....

OGGETTO

Napoli addì 5 Febbraio 1904

Caro Sig. Colla,

Prima di tutto ~~[illegible]~~ a si abbia ~~[illegible]~~ ringraziamento per il gentile invio dei tanti numeri dello Sherlock Magazine! ~~Colla~~ ~~me ne ha mandati troppi~~. Ne avrò per tutto l'anno. Tuttavia, ne ho letto attentamente, appunto, della cavalleria e del solito riposo a lui concesso "dai quattro studentaccioli" dei quattro studenti; ~~o troppo letto~~ ho letto con vivo interesse tutte le "storie di ~~[illegible]~~ ~~abbastanza~~, ~~specialmente~~ di quel cattivacciuolo di Jacobs, del quale sono stato ~~[illegible]~~ contento di avere il ritratto. ~~Non te ho~~ ~~Non so dove~~ Furono mi son dato a consultare ~~[illegible]~~ i bollettini inglesi e l'"Encyclopædia Britannica" per il resto inglese del "nocciolo centrale" 40 ben trovato il "neutral axis" d'un regime, ~~[illegible]~~ di nocciolo nessun traccia. Forse non vi è nessuno speciale. ~~Ad ogni modo~~ Che ho mandato al mio College Mexico, che contiene una ed inglese non ne fu avuto resoconto, mi limito per oggi a parlare del "problema di Lista" Potrei dire ai lettori del Berta e del Romano, ma preferisco esplicare la questione in modo nuovo, per dirle qual'è la mia spiegazione del paradosso non da Peter x, per ~~[illegible]~~ avere il diritto di giuocare ~~di vincere~~. Sì, conviene che le partite debbano essere n. ~~Alla fine partita gli getta~~ ~~Si getta in aria~~ ~~un momento~~

Per n infinito

$$x = \frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{2^2} + \frac{a_3}{2^3} + \cdots\cdots \qquad (II).$$

Il problema proposto da Daniele Bernoulli (non Bernoulli) e commentato sotto il nome di "paradosso di Fisher" è un problema nel caso particolare del precedente, nelle ipotesi $n = \infty$, $a_1 = 1$, $a_2 = 2$, $a_3 = 4$, ... In questa ipotesi la formula (II) dà $x = \infty$. Fin qui sembra inaccettabile secondo Bernoulli a sostituire al concetto di speranza matematica quello di speranza morale, che spesso non coincide nelle applicazioni della prima, e non più come prova sul senso del passo matematico. Così il giuoco si regolerà egli stesso a seguito secondo ad una serie diversa dalla (II) che per $a_1, a_2, a_3, \ldots = 1, 2, 4, \ldots$ è convergente, e cioè in tal modo di non fare sperare il paradosso. Ma qui ricompare assegnare altri valori per $a_1, a_2, a_3, \ldots$, tali da rendere divergente anche la nuova serie. Ora si noti che si non sono nulla di assurdo se n fosse finito. Così, per $n = 10$, il giocatore sarebbe obbligato a sborsare soltanto cinque lire, per avere il diritto di guadagnarne 512, se il giuoco si protraesse fino alla decima partita. In ciò non vi è nulla di strano, se si pensa che il giocatore perde quattro lire; e se il giuoco si protrae dopo due o tre partite, il giocatore perde rispettivamente tre lire o una lira; ed i suoi guadagni sono sempre meno probabili, di lire 3, 11, 27, ecc. Come si spiega il paradosso? Semplicemente col fatto che non è lecito supporre n infinito, non solo perchè è assurdo parlare d'un numero infinito di partite, ma soprattutto perchè

5
2 4 8 16 32
32
64
96
1024
512
507

3 11
500 500
5

consistente ciascuna nel gettare in aria una moneta, e vedere se vien capo o croce. Se alla prima partita si ha capo, il banchiere paga al giocatore una somma a_1, ed il giuoco cessa. Se si ha croce, il giuoco continua. Alla seconda partita, se si ha capo, il banchiere paga a_2, ed il giuoco cessa. Se si ha croce, il giuoco continua. Così proseguendo si giunge all'ultima partita, ed il banchiere pagherà a_n, o intascherà la somma x depositata dal giocatore, secondo che si presenterà capo o croce. Per detta la somma x vi è, in base della probabilità, un procedimento semplicissimo che stabilisce l'equità d'un giuoco, esprimendo che sarebbe uguale a zero la media aritmetica di tutti i possibili guadagni del banchiere; i ... nelle partite ... il banchiere richiede dal giuocatore una somma maggiore della x calcolata in base al principio di equità. Ora il nostro banchiere ha la probabilità $\frac{1}{2}$ di guadagnare la somma $x-a_1$, se il giuoco si ferma alla prima partita. Vi è uguale probabilità che il giuoco continui; e la probabilità che il giuoco si fermi alla seconda partita, e che il banchiere guadagni $x-a_2$ è $\frac{1}{4}$. Così continuando si giunge alla n^{ima} ed ultima partita, nella quale il banchiere ha la probabilità $\frac{1}{2^n}$ di guadagnare $x-a_n$ (ossia di perdere a_n-x), ed un'eguale probabilità $\frac{1}{2^n}$ di guadagnare l'intera somma x, depositata dal giocatore. Il principio di equità richiede che sia

$$\frac{1}{2}(x-a_1)+\frac{1}{4}(x-a_2)+\cdots+\frac{1}{2^n}(x-a_n)+\frac{1}{2^n}x=0,$$

d'onde

$$x=\frac{a_1}{2}+\frac{a_2}{2^2}+\cdots+\frac{a_n}{2^n}. \qquad (I)$$

nel giuoco attuale l'ultima partita è diversa dalle altre, ~~in quanto~~ giacchè ~~in essa~~ è la sola ~~[illegible]~~ in cui ~~[illegible]~~ la posta del giuoco ~~[illegible]~~ con è la prima vittoria del banchiere. ~~È in conseguenza, che non riportiamo~~ Supporre $n=\infty$ significa sopprimere l'ultima partita; e ~~[illegible]~~ dopo ciò non vi è da meravigliarsi che venga finito risulta paradossale.

Per metter bene in luce che ~~non~~ questo, e non altro, è la vera ragione del paradosso, supponiamo che il banchiere debba ~~[illegible]~~ ogni volta sborsare soltanto una lira. La formola (II) dà $x=1$. In che cosa consisterebbe dunque il giuoco? - Il giuoco consisterebbe al banchiere per avere il diritto di vedersi restituire alla fine ogni; ed il giuoco sarebbe così stato fatto.. per il re di Prussia. ~~[illegible]~~ Supponiamo n finito, ma piuttosto grande, tale che ~~[illegible]~~ $\frac{1}{2^n}$ sia una quantità estremamente piccola ε. La formola (I) dà $x=1-\varepsilon$. Pagando $1-\varepsilon$ lire ad un volta sola, poichè il giuoco consiste soltanto la ~~[illegible]~~ somma ε, è giusto che sia così, poichè ~~[illegible]~~ la somma che più grande, dopo la sua uscita, è una probabilità di guadagno, ossia appunto $1-\varepsilon$ egli è quasi certo di guadagnare, ~~[illegible]~~ ed ha la probabilità ε di guadagnare è quasi certo di non perdere, il banchiere, ha la perdita quasi l'intera somma $1-\varepsilon$, ma non ε, se vuole sopprimere per $n=\infty$, ossia per $\varepsilon=0$, nell'ultima partita. il banchiere ha la perdita 1 di perdere 0, e la sua 0 di guadagnare 1, vale a dire la certezza di non perdere, e la certezza di non guadagnare: il giuoco è illusorio.

~~[illegible]~~

Quanto, in tal caso, l'ordine dei due termini del fine

$n-(n-1)$

$2n-(n-1)$

Ed "come o con" ~~[illegible]~~ l'urto di più volte il "prodotto" o "tenendo conto" ad ogni prova $\frac{1}{2}$. Se l'urto della prima palla si fa dipendere da un avvenimento (funzione) di probabilità p_1, quello del secondo da un avvenimento di probabilità p_2, ecc., si ha, più generalmente della (I),

$$x = p_1 a_1 + (1-p_1) p_2 a_2 + (1-p_1)(1-p_2) p_3 a_3 + \dots + (1-p_1)\dots(1-p_{n-1}) p_n a_n .$$

$p_1 \to$ pone a_1 $\quad p_1(x-a_1)$

$1-p_1 \quad p_2 \quad + (1-p_1) p_2 (x-a_2)$

$1-p_2 \quad + (1-p_1)(1-p_2) p_3 (x-a_3)$

Se, per esempio, si ha un sacco con n palle nere ed n palle bianche, e l'avventore al giuoco consiste nell'estrarre d'un pallone nero, ~~[illegible]~~ per non dopo la n^{ia} ~~[illegible]~~ (se non prima) e si ha

non	bn
n	$n-2$
	1

$$p_1 = \frac{1}{2}, \quad p_2 = \frac{n}{2n-1}, \quad p_3 = \frac{n}{2n-2}, \quad \dots, \quad p_n = \frac{n}{n+1}$$

$n+1$