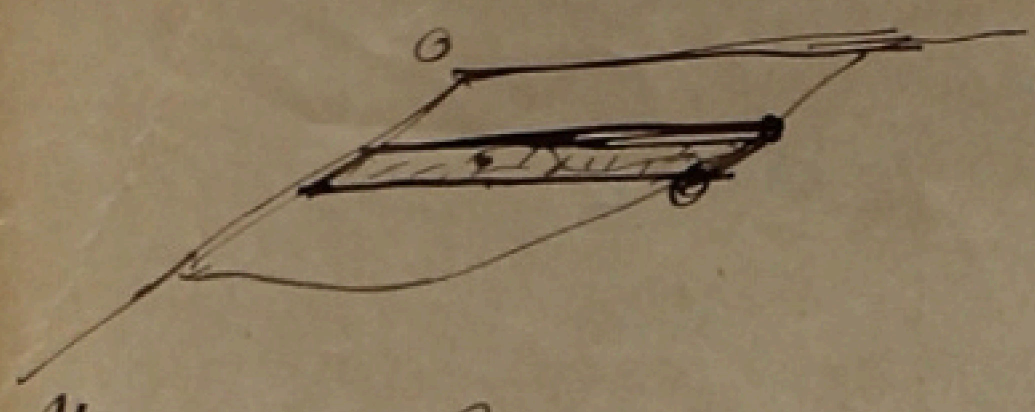
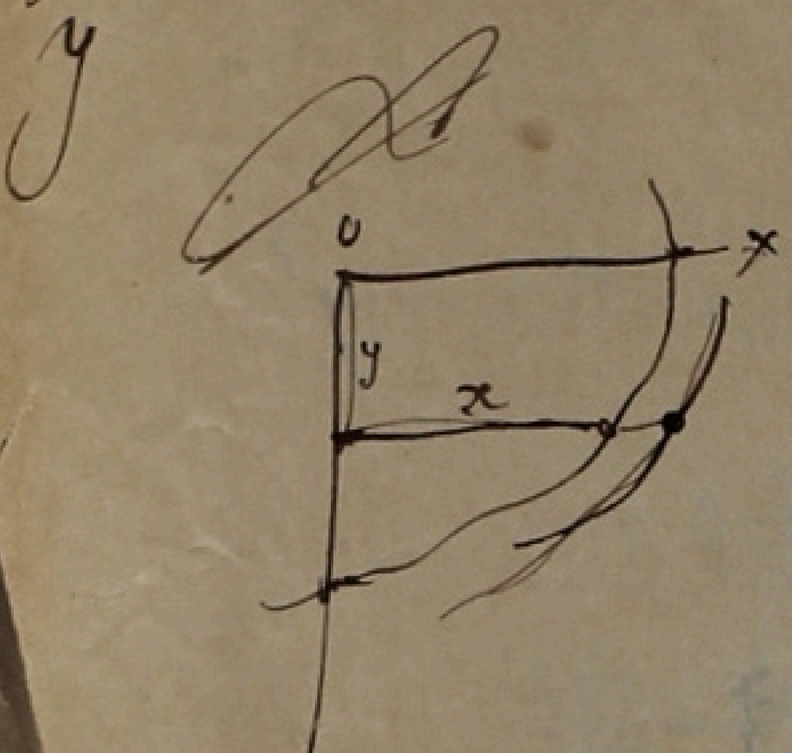
Egr. Sig. [illegible]

Il calcolo del Rolland è ~~buono, ma qualche~~ corretto; ma ~~condotto in modo [illegible] [illegible] [illegible] qualche~~ ~~dovrebbe essere condotto~~ ~~[illegible]~~ più ~~rapido~~ [illegible] chiaro ~~[illegible]~~ giova meglio alla chiara il calcolo con mezzi rapidissimi. Se ~~[illegible]~~ qualche la forma non è applicabile. $x=\varphi(y,z)$



è l'equazione della superficie, si ha



$$I=\iint x^2\,dx\,dy=\int dy\int_0^{\varphi(y,z)}x^2\,dx=\frac{1}{3}\int\varphi^3(y,z)\,dy\,;$$

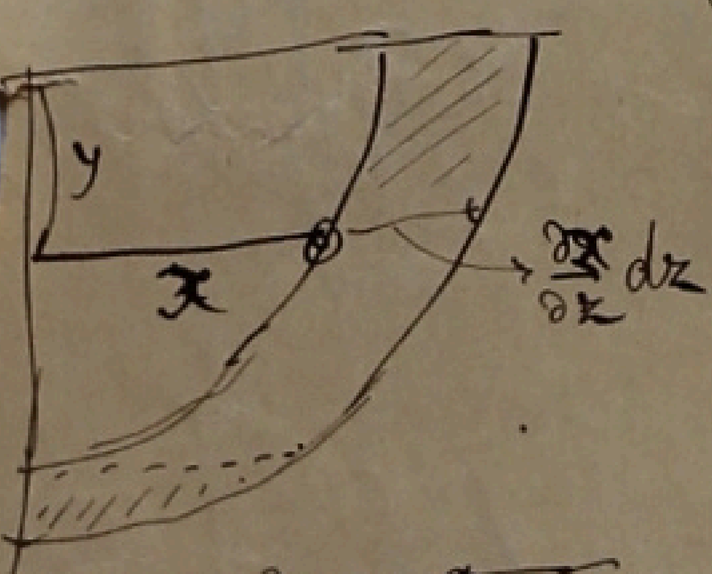
e poi, derivando rispetto a z (~~[illegible]~~ indipendente dalle variabili d'integrazione),

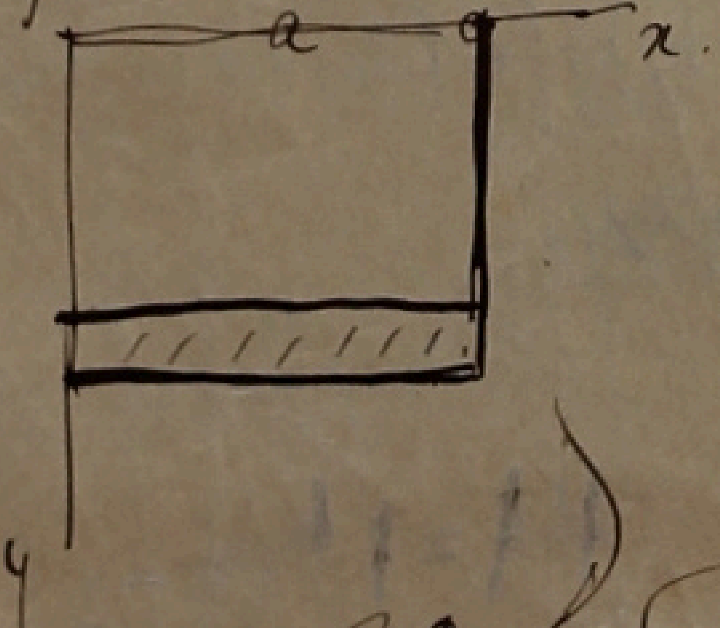
$$\frac{dI}{dz}=\int\varphi^2(y,z)\frac{\partial\varphi}{\partial z}\,dy=\int x^2\frac{\partial x}{\partial z}\,dy=\int hx\,dy.$$

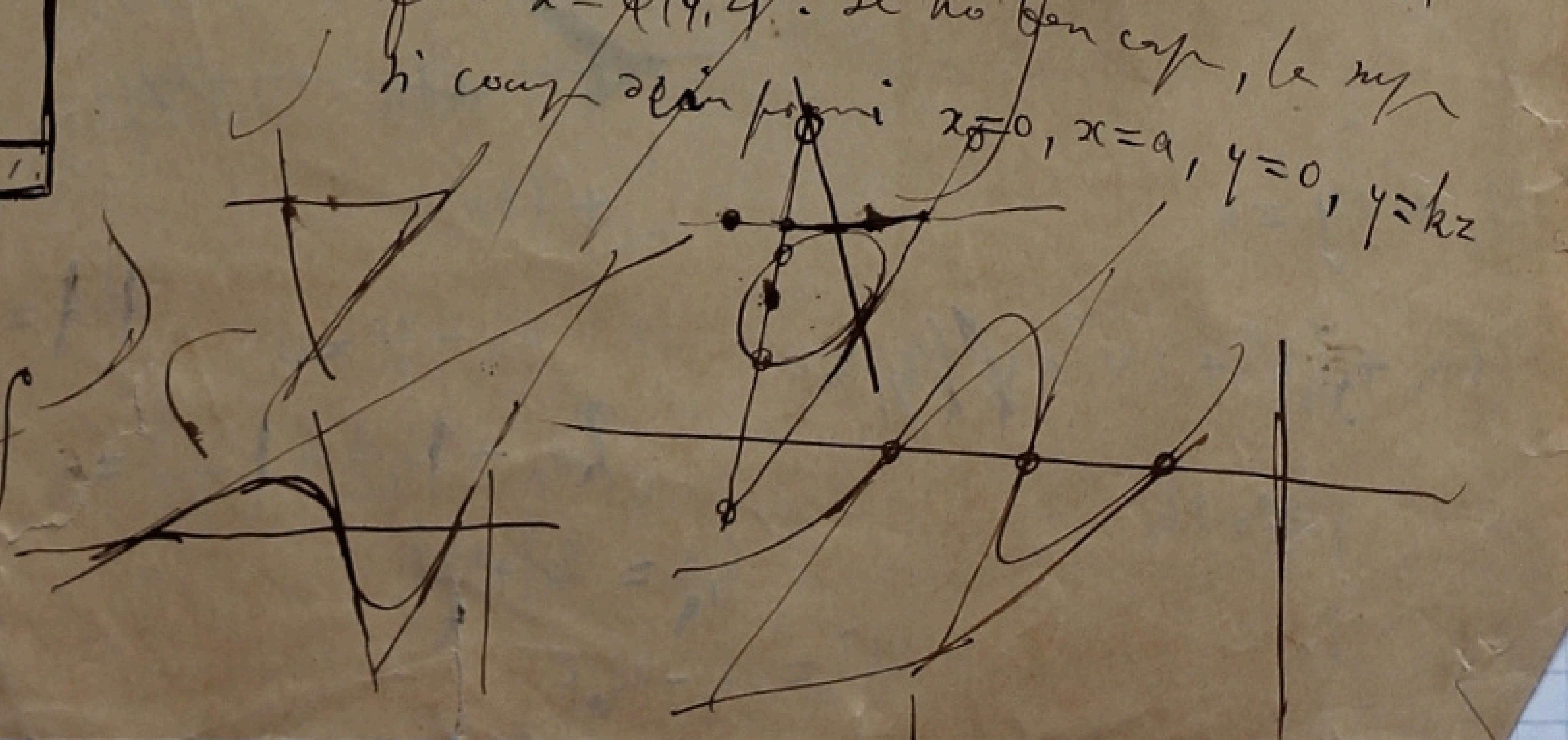
È questa la formula che il Rolland ottiene più faticosamente scrivendo

$$I+dI=\frac{1}{3}\int\varphi^3(y,z+dz)\,dy=\frac{1}{3}\int\Big[\varphi^3(y,z)+3\underbrace{\frac{\partial\varphi}{\partial z}}_{\varphi^2(y,z)}dz+\cdots\Big]dy=\cancel{I}+\int\varphi^2(y,z)\frac{\partial\varphi}{\partial z}dy \text{ ecc.}$$

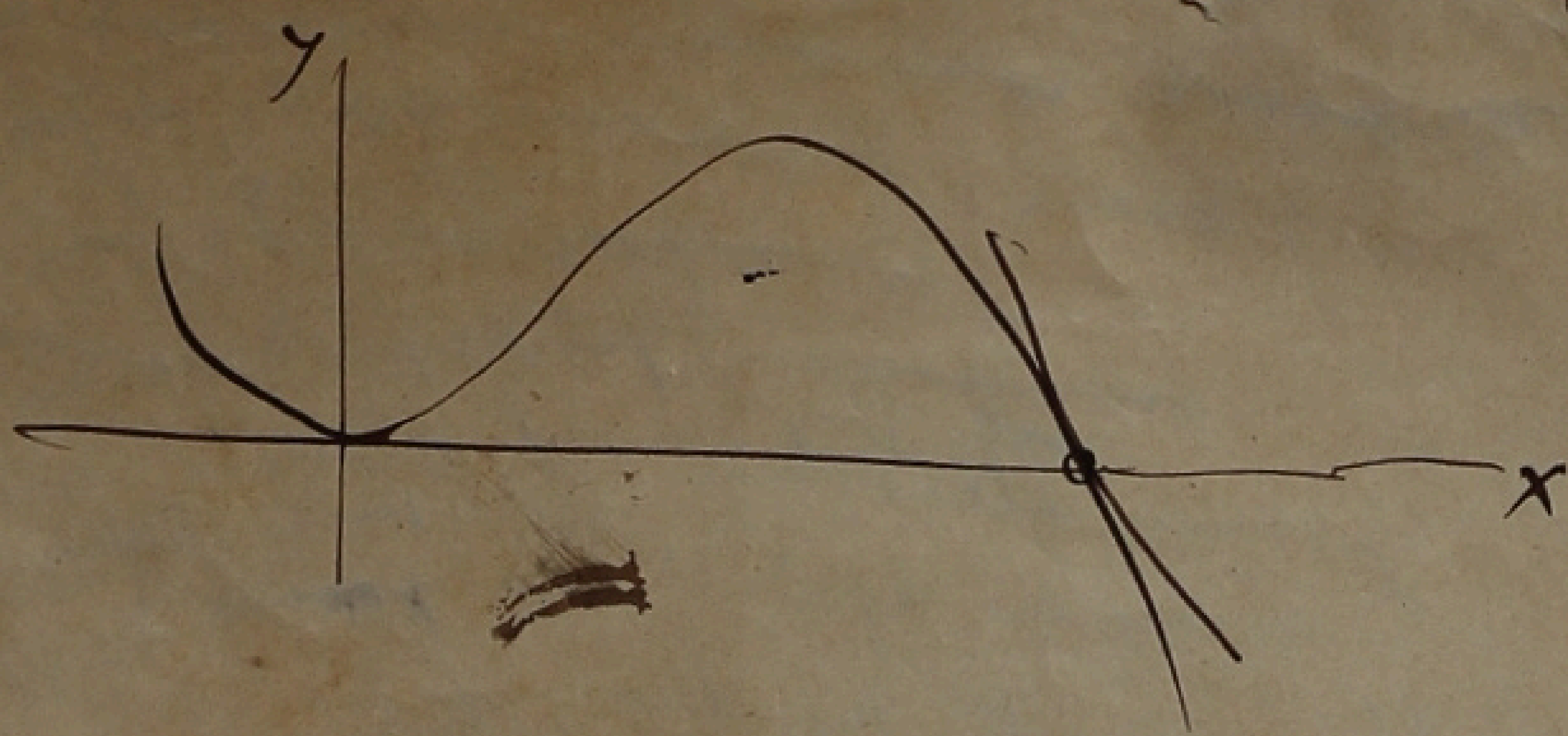
È chiaro, però, che y non deve variare, ma ~~[illegible]~~ deve invece x per con valori di y, variando di $\frac{\partial x}{\partial z}dz$. Il caso da Lei considerato è un caso eccezionale, nel quale $\frac{\partial x}{\partial z}=0$. La formula non è applicabile, perché all'equazione della superficie non si può dare la forma $x=\varphi(y,z)$. Se ho ben capito, la superficie si compone dei piani $x=0$, $x=a$, $y=0$, $y=kz$







$\cancel{a_0x^3+a_1x^2y+a_2xy^2+a_3y^3+b_0x^2+2b_1xy+b_2y^2+cy=0}$



$\begin{cases} y=0 \\ x=-\frac{b_0}{a_0} \end{cases}$

$a_0x+b_0=0$

ax^2-

$$a_0x^3+a_1x^2y+a_2xy^2+a_3y^3+b_0x^2+b_1xy+b_2y^2+cy=0$$

$$3a_0x^2+2a_1xy+a_2y^2+2b_0x+b_1y+(a_1x^2+2a_2xy+3a_3y^2+b_1x+2b_2y+c)y'=0$$

$$ax^2+by^2+2fy+2hxy=0$$

$$\begin{cases} a=2\frac{b_0}{c}f \\ h=\left(\frac{b_1}{c}-\frac{a_0}{b_0}\right)f \end{cases}$$

$$(ax+hy)+(by+f+hx)y'=0 \qquad y'=0$$

$$a+hy'+(by'+h)y'+(by+f+hx)y''=0 \qquad a+fy''=0$$

$$2hy''+\cancel{2by'}+(\cancel{by'}+h)y''+(\cancel{by}+f+\cancel{hx})y'''=0$$

$$y''=-\frac{a}{f}$$

$$y'''=3\frac{ah}{f^2}$$

$$3hy''+fy'''=0 \qquad +\frac{3ha}{f^2}$$

$$6a_0x+2a_1y+2b_0+(2a_1x+2a_2y+b_1)y'+(2a_1x+2a_2y+b_1)y'+(2a_2x+6a_3y+2b_2)y'^2_x$$

$$+(a_1x^2+\quad\quad)y''=0$$

$$2b_0+cy''=0$$

$$6a_0+3b_1y''+cy'''+\cancel{\quad}b_1=0$$

$$\begin{cases} 2b_0-\frac{ac}{f}=0 \\ 6a_0-3b_1\frac{a}{f}+3\frac{ach}{f^2}=0 \end{cases}$$

$$h=\left(\frac{b_1}{c}-\frac{a_0}{b_0}\right)f$$

$$\begin{cases} \frac{ac}{f}=2b_0 \\ \end{cases}$$

$$b_1\frac{a}{f}=2a_0f+2\frac{h}{f}b_0$$

$$2hb_0=ab_1-2a_0f$$